

Equilibrio Competitivo:

Son precios w^*, p^* , mas cantidades $\{y_i^*, l_i^*, \pi_i^*\}_{i=1}^J$, $\{c_i^*, n_i^*, h_i^*\}_{i=1}^I$ tal que:

① Dados w^*, p^* , las cantidades de la firma y del consumidor son óptimas.

② Mercados de bienes y servicios y laboral se vacían:

$$\sum_{i=1}^I c_i^*(w^*, p^*) = \sum_{j=1}^J y_j^*(w^*, p^*)$$

$$\sum_{i=1}^I n_i^*(w^*, p^*) = \sum_{j=1}^J l_j^*(w^*, p^*)$$

Para resolver el equilibrio: ① Resolver problema de la firma:

$$y^*(w, p), l^*(w, p), \pi^*(w, p)$$

② Resolver problema del consumidor: $c^*(w, p), n^*(w, p), h^*(w, p)$

③ Normalizar: $p=1$

④ Escribir condiciones de vaciado de mercado y encontrar w^* que satisfase.

Ejemplo: • Hay I individuos idénticos.

• Hay J firmas idénticas.

$$f(l) = Al^{1-\alpha} \Rightarrow \left\{ l_i^*(w) = \left[\frac{(1-\alpha)A_i}{w} \right]^{1/\alpha} \right.$$

$$A_i = A$$

$$y_j^*(w) = A_j \left[\frac{(1-\alpha)A_j}{w} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$$

$$\pi_j^*(w) = \alpha A_j \left[\frac{(1-\alpha)A_j}{w} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$$

$$u(c, h) = \ln c + \gamma \ln h: \quad c_i^*(\omega) = \frac{\omega H_i}{1+\gamma} + \frac{1}{1+\gamma} \sum_j \theta_{ij} \pi_j^*(\omega)$$

- $H_i = H$

- $\theta_{ij} = \frac{1}{J}, j \in \{1, \dots, J\}$

$$n_i^*(\omega) = \frac{H_i}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \sum_j \theta_{ij} \frac{\pi_j^*(\omega)}{\omega}$$

$$h_i^*(\omega) = \frac{\gamma H_i}{1+\gamma} + \frac{\gamma}{1+\gamma} \sum_j \theta_{ij} \frac{\pi_j^*(\omega)}{\omega}$$

Assumiendo $\theta_{ij} = \frac{1}{J}, j \in \{1, \dots, J\}$:

$$c^*(\omega) = \frac{\omega H}{1+\gamma} + \frac{1}{1+\gamma} \sum_j \left(\frac{1}{J} \right) \pi_j^*(\omega) \quad \text{misma para todo } j$$

$$\left(\frac{1}{J} \right) \pi^*(\omega) + \left(\frac{1}{J} \right) \pi^*(\omega) + \dots + \left(\frac{1}{J} \right) \pi^*(\omega)$$

$$= J \left(\frac{1}{J} \right) \pi^*(\omega) = \frac{J}{J} \pi^*(\omega)$$

$$\Rightarrow c^*(\omega) = \frac{\omega H}{1+\gamma} + \frac{1}{1+\gamma} \frac{J}{J} \pi^*(\omega)$$

$$h^*(\omega) = \frac{\gamma H}{1+\gamma} + \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{J}{J} \frac{\pi^*(\omega)}{\omega}$$

$$n^*(\omega) = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{J}{J} \frac{\pi^*(\omega)}{\omega} \quad \text{⊗}$$

Condición de vaciado de mercado laboral:

$$\sum_{i=1}^J n^*(\omega) = \sum_{i=1}^J l^*(\omega) \Rightarrow \boxed{J n^*(\omega) = J l^*(\omega)}$$

$J n^*(\omega) \qquad J l^*(\omega)$

$$\underbrace{I \left[\frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{I}{I} \frac{\pi^*(\omega)}{\omega} \right]}_{I \pi^*(\omega)} = \underbrace{J \left[\frac{(1-\alpha)A}{\omega} \right]}_{J \ell^*(\omega)}^{1/\alpha} \quad \text{--- ecuación en } \omega.$$

↳ encontrar el ω^* .

Resolver para ω (camino largo):

$$\frac{IH}{1+\gamma} - \cancel{\frac{I\gamma}{1+\gamma}} \frac{J}{\cancel{I}} \frac{\pi^*(\omega)}{\omega} = J \left[\frac{(1-\alpha)A}{\omega} \right]^{1/\alpha}$$

$$\pi^*(\omega) = \alpha A \left[\frac{(1-\alpha)A}{\omega} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$$

$$\frac{IH}{1+\gamma} - \frac{J\gamma}{1+\gamma} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \alpha A \left[\frac{(1-\alpha)A}{\omega} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} = J \left[\frac{(1-\alpha)A}{\omega} \right]^{1/\alpha}$$

$$\frac{IH}{1+\gamma} = J \left[\frac{(1-\alpha)A}{\omega} \right]^{1/\alpha} + \frac{J\gamma}{1+\gamma} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \alpha A \left[\frac{(1-\alpha)A}{\omega} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}-1}$$

$$= J \frac{\left[\frac{(1-\alpha)A}{\omega} \right]^{1/\alpha}}{\left[\frac{(1-\alpha)A}{\omega} \right]} \cdot \left[\frac{(1-\alpha)A}{\omega} \right] + \frac{J\gamma}{1+\gamma} \frac{\alpha A}{\omega} \left[\frac{(1-\alpha)A}{\omega} \right]^{\frac{1}{\alpha}-1}$$

$$= \frac{J(1-\alpha)A}{\omega} \left[\frac{(1-\alpha)A}{\omega} \right]^{\frac{1}{\alpha}-1} + \frac{J\alpha A}{\omega} \frac{\gamma}{1+\gamma} \left[\frac{(1-\alpha)A}{\omega} \right]^{\frac{1}{\alpha}-1}$$

$$= \frac{JA}{\omega} \left[\frac{(1-\alpha)A}{\omega} \right]^{\frac{1}{\alpha}-1} \left[(1-\alpha) + \frac{\alpha\gamma}{1+\gamma} \right]$$

$$\frac{(1-\alpha)(1+\gamma) + \alpha\gamma}{(1+\gamma)} = \frac{1+\gamma - \alpha - \gamma\alpha + \gamma\alpha}{1+\gamma}$$

$$= \frac{1+\gamma-\alpha}{1+\gamma}$$

$$\frac{IH}{1+\gamma} = \left(\frac{1+\gamma-\alpha}{1+\gamma} \right) \frac{JA}{\omega} \left[\frac{(1-\alpha)A}{\omega} \right]^{\frac{1}{\alpha}-1}$$

$$\frac{IH}{(1+\gamma-\alpha)JA} = \frac{1}{\omega} \left[(1-\alpha)A \right]^{\frac{1}{\alpha}-1} \cdot \left(\frac{1}{\omega} \right)^{\frac{1}{\alpha}-1}$$

$$\frac{IH}{(1+\gamma-\alpha)JA} = \left[(1-\alpha)A \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \cdot \left[\frac{1}{\omega} \right]^{\frac{1}{\alpha}} = \frac{\left[(1-\alpha)A \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}}{\omega^{1/\alpha}}$$

$$\omega^{1/\alpha} = \frac{(1+\gamma-\alpha)JA}{IH} \left[(1-\alpha)A \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$$

$$\Rightarrow \omega^* = \left[\frac{(1+\gamma-\alpha)JA}{IH} \right]^\alpha \left[(1-\alpha)A \right]^{1-\alpha}$$

$$= \left(\frac{J}{I} \right)^\alpha \left[\frac{(1+\gamma-\alpha)}{H} \right]^\alpha A^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha} A^{1-\alpha}$$

$$\omega^* = \left(\frac{J}{I} \right)^\alpha A \left[\frac{(1+\gamma-\alpha)}{H(1-\alpha)} \right]^\alpha (1-\alpha)$$

$$c^*(\omega) = \frac{\omega H}{1+\gamma} + \frac{1}{1+\gamma} \frac{I}{I} \pi^*(\omega)$$

$$n^*(\omega) = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{J}{I} \frac{\pi^*(\omega)}{\omega}$$

⋮

Camino costo:

$$\underbrace{\frac{IH}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{J}{I} \frac{\pi^*(\omega)}{\omega}}_{In^*(\omega)} = J \ell^*(\omega)$$

$$\frac{\pi^*(\omega)}{\omega} : \quad \pi^*(\omega) = \alpha y^*(\omega)$$

$$\omega l^*(\omega) = (1-\alpha) y^*(\omega)$$

$$\frac{\pi^*(\omega)}{\omega l^*(\omega)} = \frac{\alpha \cancel{y^*(\omega)}}{(1-\alpha) \cancel{y^*(\omega)}} = \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\pi^*(\omega)}{\omega} = \frac{\alpha}{1-\alpha} l^*(\omega) \right)$$

$$\frac{I H}{1+\delta} - \underbrace{\frac{\delta}{1+\delta} J \frac{\alpha}{1-\alpha} l^*(\omega)} = J l^*(\omega)$$

$$\frac{I H}{1+\delta} = \underline{J l^*(\omega)} + \frac{\delta}{1+\delta} J \frac{\alpha}{1-\alpha} l^*(\omega)$$

$$= J l^* \left[1 + \frac{\delta \alpha}{(1+\delta)(1-\alpha)} \right]$$

$$\frac{(1+\delta)(1-\alpha) + \delta \alpha}{(1+\delta)(1-\alpha)} = \frac{1+\delta-\alpha-\cancel{\delta\alpha}+\cancel{\delta\alpha}}{(1+\delta)(1-\alpha)}$$

$$\Rightarrow \frac{I H}{1+\delta} = J l^* \left[\frac{1+\delta-\alpha}{(1+\delta)(1-\alpha)} \right]$$

$$\Rightarrow \boxed{l^* = \left(\frac{I}{J} \right) \frac{H(1-\alpha)}{1+\delta-\alpha}} \rightarrow \text{demanda laboral de eq.}$$

vaciado mercado laboral: $J l^* = I n^*$

$$\Rightarrow n^* = \left(\frac{J}{I} \right) \cdot \left(\frac{I}{J} \right) \frac{H(1-\alpha)}{1+\delta-\alpha} \Rightarrow \boxed{n^* = \frac{H(1-\alpha)}{1+\delta-\alpha}}$$

$$y^* = f(l^*) = A l^{*1-\alpha} \Rightarrow \boxed{y^* = A \left(\frac{I}{J} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{H(1-\alpha)}{1+\delta-\alpha} \right)^{1-\alpha}}$$

Condición de vaciado del mercado de bienes y servicios:

$$\mathbb{I} C^*(w) = \mathbb{J} y^*(w) \Rightarrow C^* = \frac{\mathbb{J}}{\mathbb{I}} y^*$$

$$\Rightarrow C^* = \underbrace{\left(\frac{\mathbb{I}}{\mathbb{I}}\right)^{-1}}_{\left(\frac{\mathbb{I}}{\mathbb{J}}\right)^{-1}} A \left(\frac{\mathbb{I}}{\mathbb{J}}\right)^{1-\alpha} \left(\frac{H(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}\right)^{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow \underline{C^*} = A \left(\frac{\mathbb{J}}{\mathbb{I}}\right)^{\alpha} \left(\frac{H(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}\right)^{1-\alpha}$$

$$\pi^* = \alpha y^* = \alpha A \left(\frac{\mathbb{I}}{\mathbb{J}}\right)^{1-\alpha} \left(\frac{H(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}\right)^{1-\alpha}$$

$$h^* = H - n^* = H - \frac{H(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}$$

$$w^* = f'(l^*) = (1-\alpha) A l^{*\alpha-1} \rightarrow \text{condición de optimalidad de la firma.}$$

$$\underline{w^*} = (1-\alpha) A \left[\left(\frac{\mathbb{I}}{\mathbb{J}}\right) \frac{H(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha} \right]^{\alpha-1}$$

Variables agregadas:

$$Y^* = \sum_{i=1}^{\mathbb{I}} y_i^* = \mathbb{J} y^*, \quad C^* = \sum_{i=1}^{\mathbb{I}} C_i^* = \mathbb{I} C^*$$

$$Y^* = \mathbb{J} A \left(\frac{\mathbb{I}}{\mathbb{J}}\right)^{1-\alpha} \left(\frac{H(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}\right)^{1-\alpha} = \mathbb{J}^{\alpha} \mathbb{I}^{1-\alpha} A \left(\frac{H(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}\right)^{1-\alpha}$$

$$C^* = \mathbb{I} A \left(\frac{\mathbb{J}}{\mathbb{I}}\right)^{\alpha} \left(\frac{H(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}\right)^{1-\alpha} = \mathbb{J}^{\alpha} \mathbb{I}^{1-\alpha} A \left(\frac{H(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}\right)^{1-\alpha}$$

$$N^* = I n^*$$

$$L^* = J l^*$$

Cómo dependen variables de equilibrio de I y de J ?

$$w^* = (1-\alpha) A \left[\frac{J}{I} \frac{1+\delta-\alpha}{H(1-\alpha)} \right]^\alpha$$

w^* depende (+) de J : al aumentar el número de firmas, estamos aumentando implícitamente la cantidad de capital en esta economía. $\Rightarrow$ capital se vuelve más abundante con respecto al trabajo $\Rightarrow$ el precio del trabajo debe aumentar.

w^* depende (-) de I : al aumentar el # de trabajadores en la economía, manteniendo el nivel de capital fijo, el precio del trabajo debe caer.

$$C^* = A \left(\frac{J}{I} \right)^\alpha \left(\frac{H(1-\alpha)}{1+\delta-\alpha} \right)^{1-\alpha}$$

C^* depende (-) de I :

$$n^* = \frac{H(1-\alpha)}{1+\delta-\alpha}$$

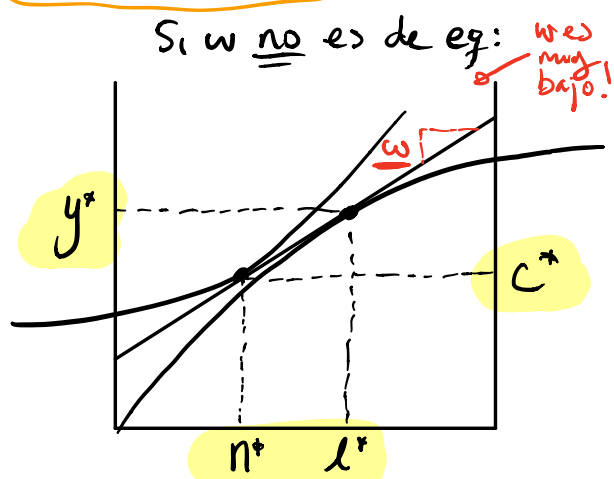
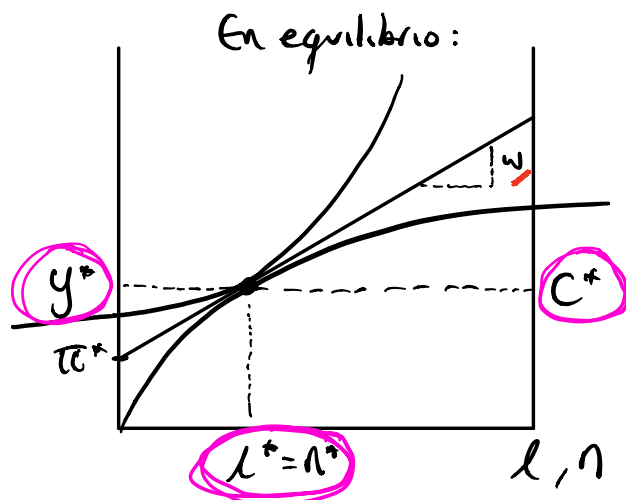
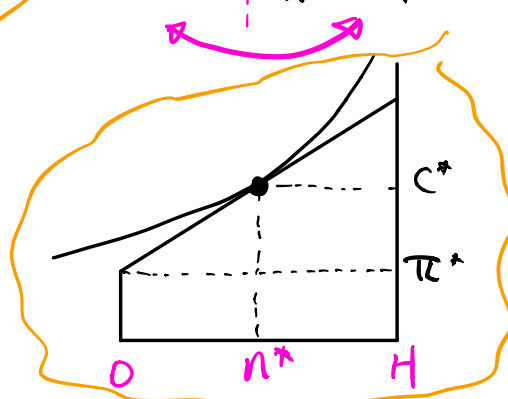
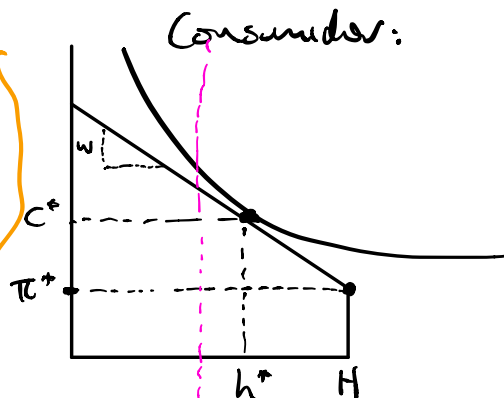
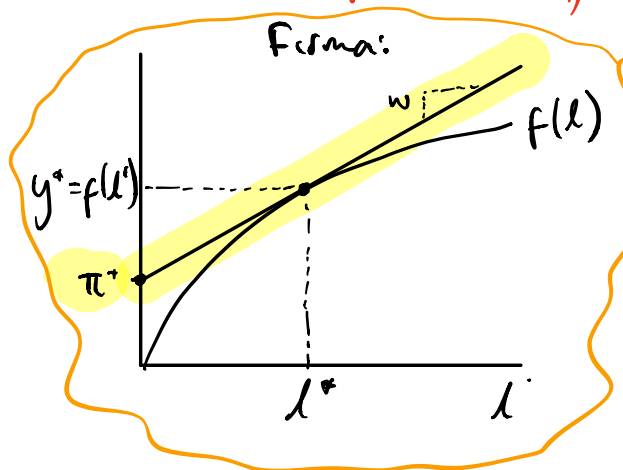
no depende de w .

$$C^* = w^* n^* + \left(\frac{J}{I} \right) \pi^* \quad J \frac{\pi^*}{I} = \frac{J}{I} \alpha A \left(\frac{J}{I} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{H(1-\alpha)}{1+\delta-\alpha} \right)^{1-\alpha}$$

$$\frac{J \pi^*}{I} = \left(\frac{J}{I} \right)^\alpha A \left(\frac{H(1-\alpha)}{1+\delta-\alpha} \right)^{1-\alpha}$$

como ingresos laborales y no laborales caen $\Rightarrow C^*$ cae.

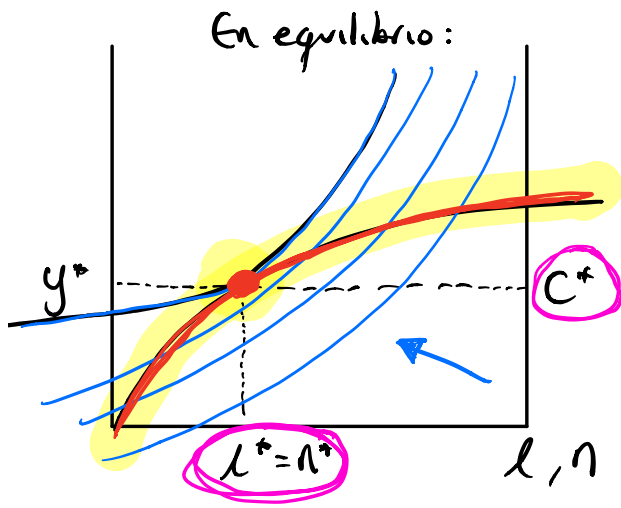
Análisis Gráfico del equilibrio: $T=1, I=1, \theta_{ij}=1$.



En este caso: $c^* < y^*$
 $n^* < l^*$

En equilibrio, el salario w va a aumentar para que los mercados se vacíen.

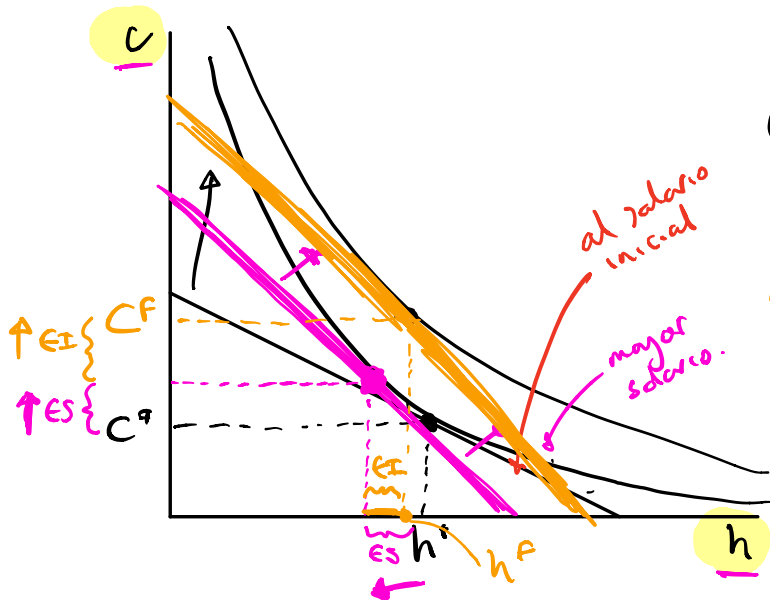
En mdo de bienes y servicios hay un exceso de oferta.
 En mdo laboral hay un exceso de demanda.



Primer teorema del bienestar:
un equilibrio competitivo es
un óptimo social.

Óptimo social ocurre donde
las curvas de indiferencia son
tangentes a la función de
producción.

Efecto renta/ingreso vs efecto sustitución:



Qué ocurre si w
aumenta?

w : precio del ocio

- Efecto ingreso: si $w \uparrow$, el individuo es más rico $\Rightarrow$ el individuo quiere consumir más ocio y más C .
- Efecto sustitución: individuo consume menos ocio y consume más C .

	EI	ES
C	$\uparrow$	$\uparrow$
h	$\uparrow$	$\downarrow$

$\Rightarrow C \uparrow$, cambio en h es ambiguo